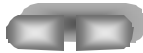
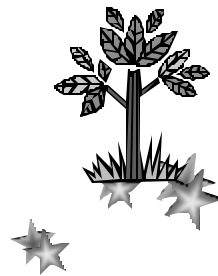


ANALISIS DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

FORMACION DE LA MATRIZ Z_{bus}

Raúl Saavedra Cossio



29-08-2002

Sistemas Eléctricos de Potencia

RSC.-

1

Matriz de Impedancias de Barras Z_{bus}

- Matrices de Admitancias e Impedancias de Barras
- Teorema de THEVENIN y Z_{bus}
- Modificación de Z_{bus}
- Formación directa de Z_{bus}



29-08-2002

Sistemas Eléctricos de Potencia

RSC.-

2

Relación entre Ybus e Zbus

$$\underbrace{[z] \leftrightarrow [y]}_{\text{primitivas (inversión)}} \begin{matrix} \nearrow [A^T][y][A] \\ \searrow \text{por inspección} \end{matrix} \underbrace{[Y_{bus}] \leftrightarrow [Z_{bus}]}_{\text{de barras (inversión)}}$$

$$[E_{bus}] = [Z_{bus}][I_{bus}] \quad \text{o bien} \quad [I_{bus}] = [Y_{bus}][E_{bus}]$$

$$\therefore [Z_{bus}] = [Y_{bus}]^{-1}$$

Propiedades: 1. Es simétrica; 2. Es una matriz no-rala.

3. Z_{bus} es una matriz muy útil en el cálculo de fallas



29-08-2002

Sistemas Eléctricos de Potencia

RSC.-

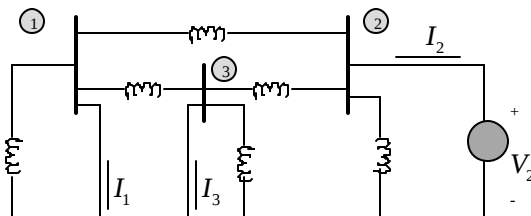
3

Matriz de Admitancias de Barras

Análisis de los elementos de Ybus

Ejemplo de tres barras:

$$[I_{bus}] = [Y_{bus}][V_{bus}]$$



$$I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 + Y_{13}V_3 \quad Y_{12} = \frac{I_1}{V_2} \big|_{V_1=V_3=0}$$

$$I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 + Y_{23}V_3 \quad Y_{22} = \frac{I_2}{V_2} \big|_{V_1=V_3=0}$$

$$I_3 = Y_{31}V_1 + Y_{32}V_2 + Y_{33}V_3$$



29-08-2002

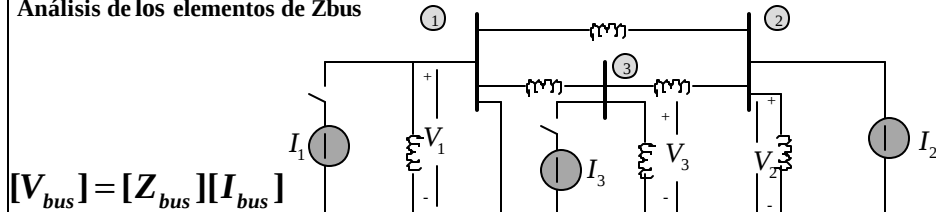
Sistemas Eléctricos de Potencia

RSC.-

4

Matriz de Impedancias de Barras

Análisis de los elementos de Zbus



$$[V_{bus}] = [Z_{bus}] [I_{bus}]$$

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 + Z_{23}I_3$$

$$Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} \big|_{I_1=I_3=0}$$

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{32}I_2 + Z_{33}I_3$$

$$Z_{12} = \frac{V_1}{I_2} \big|_{I_1=I_3=0}$$

$$V_3 = Z_{31}I_1 + Z_{32}I_2 + Z_{33}I_3$$

$$Z_{32} = \frac{V_3}{I_2} \big|_{I_1=I_3=0}$$



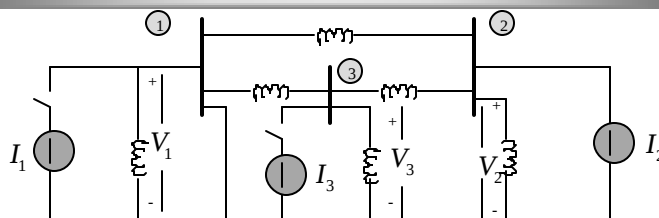
29-08-2002

Sistemas Eléctricos de Potencia

RSC.-

5

Teorema de Thevenin y Z_{bus}



A partir de la definición del Teorema del Circuito Equivalente

Thevenin (p.e. visto desde la barra #2)

$$Z_{ii} = Z_{th} = Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} \big|_{I_1=I_3=0}$$

Es igual a Z_{22} en Z_{bus}

Z_{ii} ----- Imp de entrada (Equivalente Thevenin vista desde la barra i-ésima)

Z_{ij} ----- Imped de transferencia con $i \neq j$



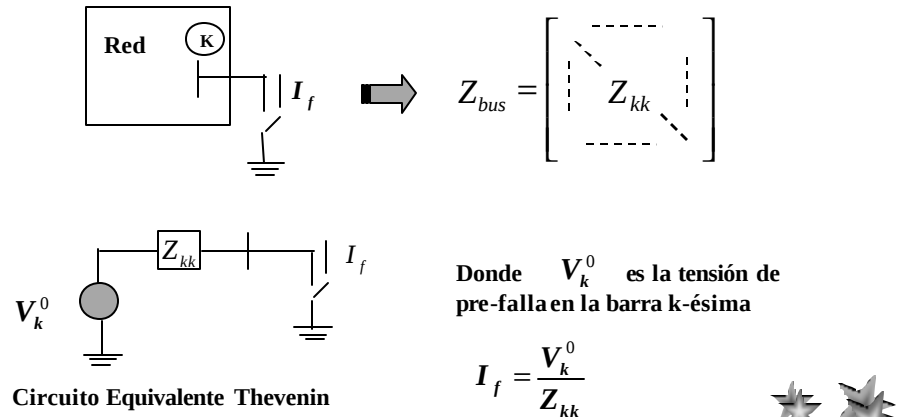
29-08-2002

Sistemas Eléctricos de Potencia

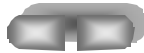
RSC.-

6

Teorema de Thevenin y Z_{bus}



Circuito Equivalente Thevenin



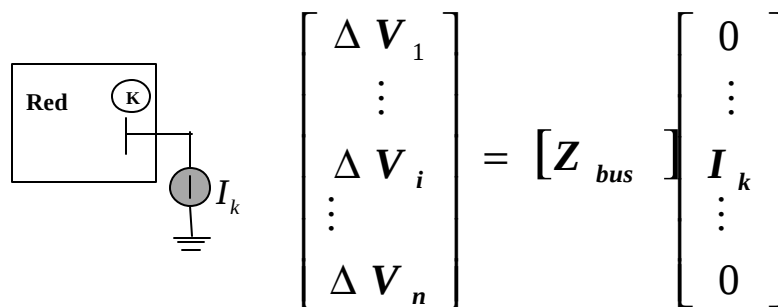
29-08-2002

Sistemas Eléctricos de Potencia

RSC.-

7

Teorema de Thevenin y Z_{bus}



ΔV_i representa la variación de tensión en cada barra debido a la inyección de corriente en la barra I_k



29-08-2002

Sistemas Eléctricos de Potencia

RSC.-

8

Teorema de Thevenin y Zbus

Ejemplo 8.1 (pág 274)

Un condensador que tiene un valor de reactancia de 5.0 pu es conectado a tierra en la barra #4. Las fem's originales y sus correspondientes corrientes inyectadas a las barras #3 y #4 son: $1.0 \angle 90^\circ$ y $0.68 \angle -135^\circ$, respectivamente. Determine la corriente que circula por el condensador.

Solución:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j0.73128 & j0.69140 & j0.61323 & j0.63677 \\ j0.69140 & j0.71966 & j0.60822 & j0.64178 \\ j0.61323 & j0.60822 & j0.69890 & j0.55110 \\ j0.63677 & j0.64178 & j0.55110 & j0.69890 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.00 \angle -90^\circ \\ 0.68 \angle -135^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.96903 \angle -18.4189^\circ \\ 0.96734 \angle -18.6038^\circ \\ 0.99964 \angle -15.3718^\circ \\ 0.94866 \angle -20.7466^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.91939 - j0.30618 \\ 0.91680 - j0.30859 \\ 0.96388 - j0.26499 \\ 0.88715 - j0.33605 \end{bmatrix}$$



29-08-2002

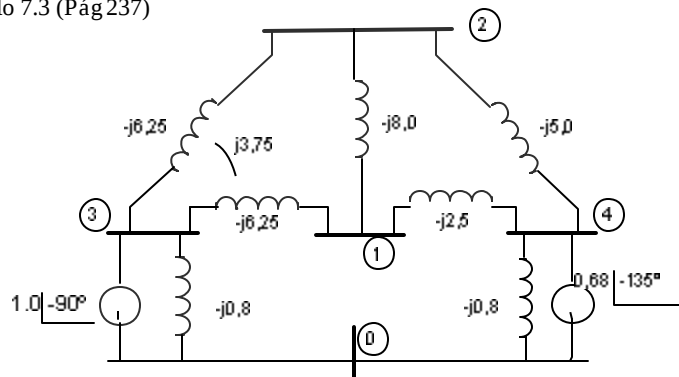
Sistemas Eléctricos de Potencia

RSC.-

9

Teorema de Thevenin y Z_{bus}

Ejemplo 7.3 (Pág 237)



29-08-2002

Sistemas Eléctricos de Potencia

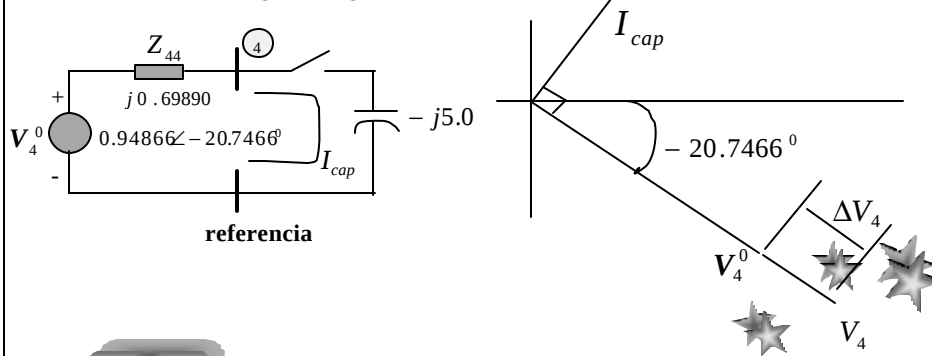
RSC.-

10

Teorema de Thevenin y Z_{bus}



$$I_{cap} = \frac{0.94866 \angle -20.7466^\circ}{-j5.0 + j0.69890} = 0.22056 \angle 69.2534^\circ \text{ pu}$$



29-08-2002

Sistemas Eléctricos de Potencia

RSC.-

11

Teorema de Thevenin y Z_{bus}

Ejemplo 8.2

Si se inyecta una corriente de $0.22056 \angle 69.2534^\circ$ pu en la barra #4, determine las tensiones resultantes en las barras #'s 1, 2, 3 y 4.

$$\Delta V_1 = -I_{cap} Z_{14} = -0.22056 \angle 69.2534^\circ * j0.63677 = 0.14045 \angle -20.7466^\circ$$

$$\Delta V_2 = -I_{cap} Z_{24} = -0.22056 \angle 69.2534^\circ * j0.64178 = 0.14155 \angle -20.7466^\circ$$

$$\Delta V_3 = -I_{cap} Z_{34} = -0.22056 \angle 69.2534^\circ * j0.55110 = 0.12155 \angle -20.7466^\circ$$

$$\Delta V_4 = -I_{cap} Z_{44} = -0.22056 \angle 69.2534^\circ * j0.69890 = 0.15415 \angle -20.7466^\circ$$



29-08-2002

Sistemas Eléctricos de Potencia

RSC.-

12

Teorema de Thevenin y Z_{bus}

$$V_k = V_k^0 + \Delta V_k$$

$$V_1 = 0.96903 \angle -18.4189 + 0.14045 \angle -20.7466^0 = 1.10938 \angle -18.7135^0$$

$$V_2 = 0.96734 \angle -18.6028 + 0.14155 \angle -20.7466^0 = 1.10880 \angle -18.8764^0$$

$$V_3 = 0.99964 \angle -15.3718 + 0.12155 \angle -20.7466^0 = 1.12071 \angle -15.9539^0$$

$$V_4 = 0.94866 \angle -20.7466 + 0.15415 \angle -20.7466^0 = 1.10281 \angle -20.7466^0$$



29-08-2002

Sistemas Eléctricos de Potencia



RSC.-

13

Modificación de Z_{bus}



En base a dos casos muy simples se verá como una matriz Z_{bus} existente puede ser modificada para incluir cambios en la red, por ejemplo, agregar o sacar de servicio un elemento de la red.

Case 1:

Al agregar un nuevo elemento a la red, se incrementa el número de nodos o barras de ésta.

Caso 2:

Al agregar un nuevo elemento a la red entre dos nodos existentes, el número original de nodos no se incrementa.



29-08-2002

Sistemas Eléctricos de Potencia

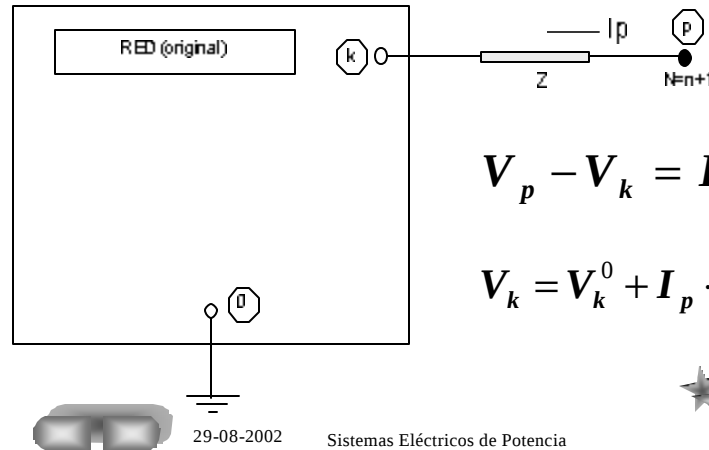


RSC.-

14

Modificación de Z_{bus} : Regla 1

Se agrega un elemento de manera que se incrementa el número original de nodos $\Rightarrow N+p \rightarrow n+1$



$$V_p - V_k = I_p \cdot z$$

$$V_k = V_k^0 + I_p \cdot Z_{kk}$$

29-08-2002

Sistemas Eléctricos de Potencia

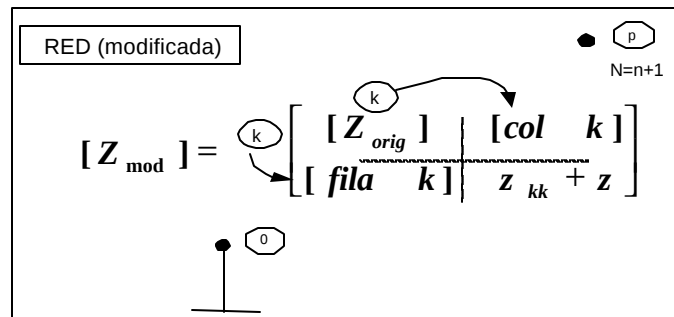
RSC.-

15

Modificación de Z_{bus} : Regla #1

$$V_p = z_{11}I_1 + \dots + z_{kk}I_p + \dots + z_{nn}I_n + z \cdot I_p$$

$$V_p = z_{11}I_1 + \dots + z_{nn}I_n + (z_{kk} + z) \cdot I_p \Leftarrow \text{con } I_k = 0$$



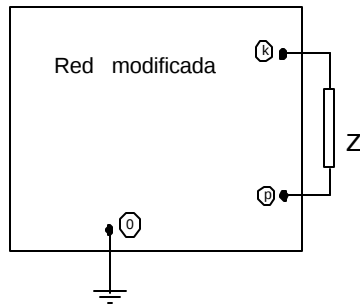
29-08-2002

Sistemas Eléctricos de Potencia

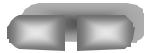
RSC.-

16

Modificación de Z_{bus} : Regla #2



Se agrega un elemento entre dos nodos existentes, por lo tanto, se mantiene el número de nodos original.



29-08-2002

Sistemas Eléctricos de Potencia



RSC.-

17

Regla #2 (continuación)

$$[h] = \begin{bmatrix} \text{Columna} \\ k - \text{ésima} \\ \text{de } Z_{bus \text{ orig}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \text{Columna} \\ p - \text{ésima} \\ \text{de } Z_{bus \text{ orig}} \end{bmatrix}$$

$$C = Z_{kk} + Z_{pp} - 2 \cdot Z_{kp} + Z$$

$$[Z_{bus \text{ mod}}] = [Z_{bus \text{ orig}}] - \frac{1}{C} [h]^T \cdot [h]$$



29-08-2002

Sistemas Eléctricos de Potencia



RSC.-

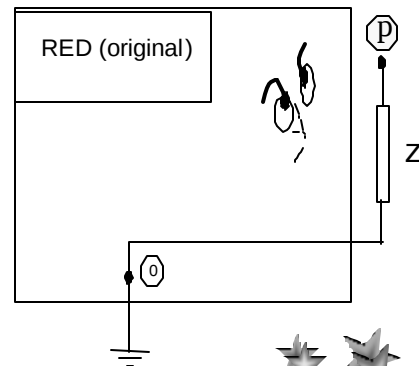
18

Caso especial de la regla #1

Agregar un elemento desde el nodo de referencia a un nuevo nodo $p=n+1$

$$\begin{bmatrix} V_1^0 \\ \vdots \\ V_n^0 \\ V_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & 0 \\ & & & \vdots \\ & & & 0 \\ \hline 0 & \cdots & 0 & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_n \\ I_p \end{bmatrix}$$

$Z_{bus \text{ (mod)}}$



29-08-2002

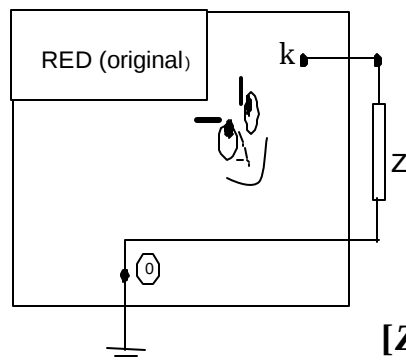
Sistemas Eléctricos de Potencia

RSC.-

19

Caso especial de la regla #2

Agregar un elemento entre el nodo de referencia y un nodo existente.



$$[h] = \begin{bmatrix} \text{columna} \\ k\text{-ésima} \\ \text{de } Z_{bus \text{ orig}} \end{bmatrix}$$

$$C = z_{kk} + 0 - 2 \cdot 0 + z$$

$$[Z_{bus \text{ mod}}] = [Z_{bus \text{ orig}}] - \frac{1}{C} [h]^T [h]$$



29-08-2002

Sistemas Eléctricos de Potencia

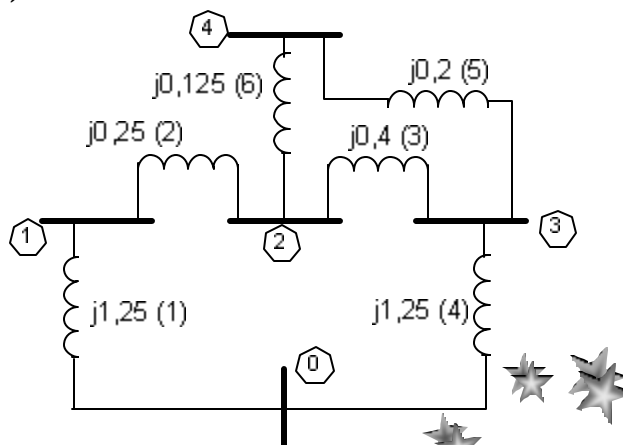
RSC.-

20

Formación de Z_{bus}

Ejemplol 8.4 (pág 284)

Determine Z_{bus}



29-08-2002

Sistemas Eléctricos de Potencia

RSC.-

21

Formación de Z_{bus}

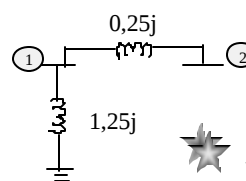
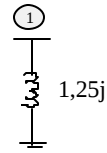
$$Z_{bus,1} = [j1.25]$$

2º paso: regla #1

$$Z_{bus,2} = \begin{matrix} \textcircled{1} & \textcircled{2} \\ \textcircled{1} & \begin{bmatrix} j1.25 & j1.25 \\ j1.25 & j1.5 \end{bmatrix} \\ \textcircled{2} & \end{matrix}$$

The

Regla #1



29-08-2002

Sistemas Eléctricos de Potencia

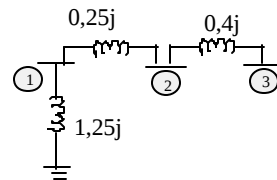
RSC.-

22

Formación de Z_{bus}

Paso #3: regla #1

$$Z_{bus,3} = \begin{matrix} & \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} \\ \begin{matrix} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \end{matrix} & \begin{bmatrix} j1.25 & j1.25 & j1.25 \\ j1.25 & j1.50 & j1.50 \\ j1.25 & j1.50 & j1.90 \end{bmatrix} \end{matrix}$$



29-08-2002

Sistemas Eléctricos de Potencia



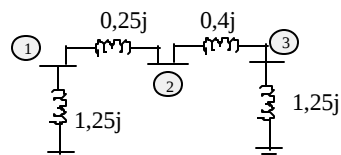
RSC.-

23

Formación de Z_{bus}

Paso #4: Regla #2 (caso especial)

$$Z_{bus,5} = \begin{matrix} & \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} \\ \begin{matrix} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \end{matrix} & \begin{bmatrix} j0.75397 & j0.65476 & j0.49603 \\ j0.65476 & j0.78571 & j0.59524 \\ j0.49603 & j0.59524 & j0.75397 \end{bmatrix} \end{matrix}$$



29-08-2002

Sistemas Eléctricos de Potencia



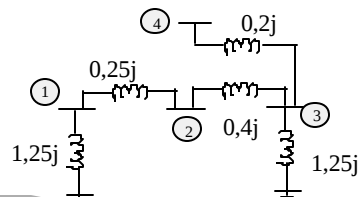
RSC.-

24

Formación de Z_{bus}

Paso #5: Regla #1

$$Z_{bus,6} = \begin{matrix} & \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} \\ \begin{matrix} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \\ \textcircled{4} \end{matrix} & \begin{bmatrix} j0.75397 & j0.65476 & j0.49603 & j0.49603 \\ j0.65476 & j0.78571 & j0.59524 & j0.59524 \\ j0.49603 & j0.59524 & j0.75397 & j0.75397 \\ j0.49603 & j0.59524 & j0.75397 & j0.95397 \end{bmatrix} \end{matrix}$$



29-08-2002

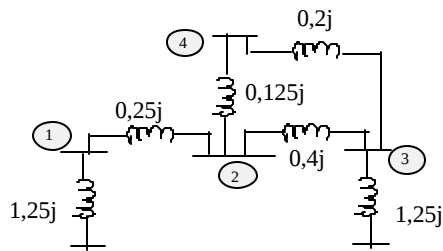
Sistemas Eléctricos de Potencia

RSC.-

25

Formación de Z_{bus}

$$Z_{bus} = \begin{matrix} & \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} \\ \begin{matrix} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \\ \textcircled{4} \end{matrix} & \begin{bmatrix} j0.71660 & j0.60992 & j0.53340 & j0.58044 \\ j0.60992 & j0.73109 & j0.64008 & j0.69659 \\ j0.53340 & j0.64008 & j0.71660 & j0.66951 \\ j0.58049 & j0.69659 & j0.66951 & j0.76310 \end{bmatrix} \end{matrix}$$



29-08-2002

Sistemas Eléctricos de Potencia

RSC.-

26